

UOT: 517.938

<https://doi.org/10.30546/670832.2025.02.1267>

Naxçıvan Müəllimlər İnstitutu. Elmi əsərlər, 2025, № 3, s. 110-115

Nakhchivan Teachers Institute. Scientific Works, 2025, № 3, p. 110-115

Нахчыванский институт учителей. Научные труды, 2025, № 3, с. 110-115

Kompleks kəmiyyət haqqında bəzi mülahizələr

Müəllif(lər):

Elman Mahmudov

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,
dosent

E-poçt: elmanmahmudov@gmail.com

Açar sözlər: vektor, vektorların modulu, vektorların cəbri hasil, ortoqonal toplananlar, skalyar hasil, vektorial hasil, kompleks kəmiyyət, Teylor sırası, üstlü funksiya, kompleks kəmiyyət funksiyası

Annotasiya. Məqalədə kompleks kəmiyyət anlayışının tətbiqi vektor qüvvə ilə düzxətli yerdəyişmə vektorunun cəbri hasil əsasında araşdırılır. Konkret həndəsi model üzərində göstərilir ki, bu hasil müxtəlif riyazi və fiziki məna daşıyan iki tərkib hissənin cəmi kimi təqdim oluna bilər. Hasilin həqiqi hissəsi qüvvənin yerdəyişmə zamanı gördüyü işi ifadə edir, xəyali hissə isə seçilmiş koordinat sistemində nəzərdən qüvvə momentinin vektoru kimi şərh olunur.

Məqalədə qüvvə vektorunun ortoqonal tərkib hissələrə ayrılması, vahid vektorlardan istifadə və analitik ifadənin alınması üçün həndəsi münasibətlərin tətbiqi ətraflı şəkildə təhlil edilir. Göstərilir ki, bu yanaşma vektorların cəbri hasilinə kompleks kəmiyyət kimi baxmağa imkan verir və onun tətbiqi riyaziyyat və mexanika məsələlərində interpretasiya imkanlarını genişləndirir.

Məqalənin ikinci hissəsində üstlü funksiyanın Teylor sırasına ayrılması əsasında vektor üstlü funksiyası tədqiq olunur və müəyyən edilir ki, onun açılımlı da kompleks kəmiyyətə gətirib çıxarır. Bu əsasda hiperbolik funksiyaların tərfi verilir və alınmış düsturların düzgünlüyü məlum analitik münasibətlərlə müqayisə yolu ilə əsaslandırılır.

Author(s):

Elman Mahmudov

PhD on Mathematics, Associate
Professor

E-mail: elmanmahmudov@gmail.com

Key words: vector, vector magnitude, algebraic product of vectors, orthogonal components, scalar product, vector product, complex quantity, Taylor series, exponential function, complex-valued function

Some considerations on complex quantities

Abstract. This article investigates the concept of complex quantities on the basis of the algebraic product of a vector force and a linear displacement vector. Using a specific geometric model, it is shown that this product can be represented as the sum of two components with distinct mathematical and physical interpretations. The real part of the product corresponds to the work done by the force during displacement while the imaginary part is interpreted as the vector of the force moment relative to a chosen coordinate system.

The study provides a detailed analysis of decomposing the force vector into orthogonal components, utilizing unit vectors and applying geometric relations to derive the analytical expression. This approach allows the algebraic product of vectors to be viewed as a complex quantity and broadens its interpretative applications in mathematics and mechanics.

In the second part of the article the vector exponential function is examined via its Taylor series expansion showing that this expansion also leads to a complex quantity. Based on this definitions of hyperbolic functions are introduced and the correctness of the derived formulas is substantiated by comparison with known analytical relations.

Автор(ы):

Елман Махмудов

Доктор философии по математике,
доцент

Э-почта: elmanmahmudov@gmail.com

Ключевые слова: вектор, модуль вектора, алгебраическое произведение векторов, ортогональные разложения, скалярное произведение, векторное произведение, комплексная величина, ряд Тейлора, показательная функция, функция комплексной переменной

Некоторые замечания о комплексной величине

Аннотация. В статье рассматривается пример применения понятия комплексной величины на основе алгебраического произведения вектора силы и вектора прямолинейного перемещения. На конкретной геометрической модели показано, что данное произведение может быть представлено в виде суммы двух составляющих, обладающих различным математическим и физическим смыслом. Действительная часть соответствует работе силы при перемещении точки приложения, а мнимая часть интерпретируется как вектор момента силы относительно выбранной системы координат.

В работе подробно анализируется разложение вектора силы на ортогональные компоненты, использование единичных векторов и применение геометрических соотношений для получения аналитического выражения алгебраического произведения. Показано, что такое представление позволяет рассматривать алгебраическое произведение векторов как комплексную величину, что расширяет возможности его интерпретации в задачах прикладной математики и механики.

Во второй части статьи на основе разложения показательной функции в ряд Тейлора исследуется векторная экспоненциальная функция. Установлено, что результат ее разложения также приводит к комплексной величине. На этой основе выводятся определения гиперболических функций и обосновывается корректность полученных формул путем их сопоставления с известными аналитическими соотношениями.

I. **Giriş.** Məlumdur ki, vektorlar arasında vurma əməli doğruluqlarına heç bir şübhə olmayan skalyar və vektorial hasillər kimi aparılır. Onu da qeyd edək ki, bu hasillər elmə mexanikadan gəlmişdir. Bu hasillərlə bərabər bir nöqtəyə tətbiq olunmuş və bir-biri ilə a bucağı əmələ gətirən $\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorlarının cəbri hasilinə də baxmaq olar [3].

$\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorlarının cəbri hasilini $\vec{a} \cdot \vec{b}$ kimi işarə edək.

$\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorlarının cəbri hasilini nəticəsində alınmış aşağıdakı bərabərlik skalyar və vektorial hasillərin birləşməsi ilə ibarət olur [2]. Bu hasil kompleks kəmiyyət adlandırmaq olar. Bu bərabərlik riyazi olaraq aşağıdakı kimidir.

$$y = \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot b \cdot \cos a + a \cdot b \cdot \vec{k} \sin a \quad (1.1)$$

Bu hasil kompleks kəmiyyətin triqonometrik formasıdır.

Burada $\vec{a} \cdot \vec{b}$ hasilini birhəddinin birhəddiyə vurulması kimi qəbul olunur. Burada $\vec{k}$ vahid vektordur.

(1.1) bərabərliyini belə də yazmaq olar.

$$y = a \cdot b (\cos a + \vec{k} \sin a) \quad (1.2)$$

(1.2)-i belə də yazmaq olar

$$y = R (\cos a + \vec{k} \sin a) \quad (1.2')$$

Beləki burada R kompleks kəmiyyətin modulu olub aşağıdakı kimi təyin olunur $R = a \cdot b$ (1.2.)-dəki a bucağı isə kompleks kəmiyyətin arqumenti olur. Onu da qeyd edək ki, kompleks kəmiyyətin modulu da ox oxu ilə a bucağı əmələ gətirir [3].

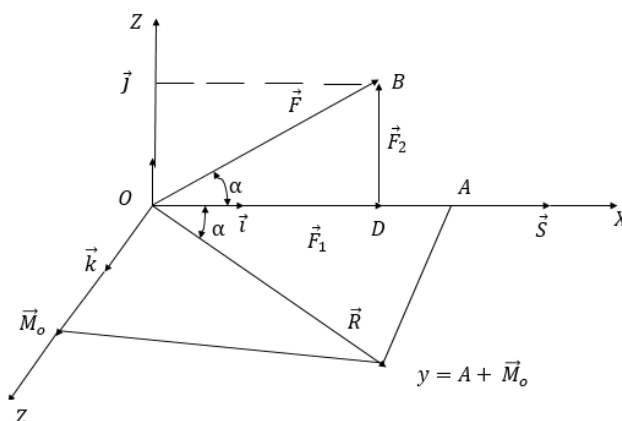
Skalyar və vektorial hasillərin təriflərini nəzərə alaraq (1.1)-i aşağıdakı kimi də yazırıq.

$$y = \vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a}, \vec{b}) + [\vec{a}, \vec{b}] \quad (1.3)$$

Aldığımız (1.1), (1.2) və (1.3) bərabərlikləri kompleks kəmiyyətin riyazi ifadələridir. (1.2) bərabərliyinin sağ tərəfindəki $\cos a + \vec{k} \sin a$ ifadəsi kompleks kəmiyyət funksiyasıdır. Burada $+$ işarəsi toplama əlaməti deyildir. Bu işarə (1.1)-in tərkib hissəsi kimi bura daxil edilmişdir.

II. Kompleks kəmiyyətin tətbiqinə aid bir nümunə.

Kompleks kəmiyyətin tətbiqinə aid bir nümunə vermək üçün $\vec{F}$ qüvvə vektoru ilə $\vec{S}$ düzxətli yerdəyişmə vektorunun cəbri hasilinə baxaq. Tutaq ki, $\vec{F}$ qüvvə vektoru ilə $\vec{S}$ düzxətli yerdəyişmə vektoru O nöqtəsinə tətbiq olunaraq, bir-biri ilə a bucağı gətirirlər. Vektorların O tətbiq nöqtəsində $x o y z$ fəza Dekart koordinat sistemi seçirik. Belə ki, fəza koordinat sisteminin bazis vektorları $\vec{i}$, $\vec{j}$ və $\vec{k}$ olsun. Koordinat sistemini aşağıdakı şərt daxilində seçirik. $\vec{S}$ vektoru ox koordinat oxu üzərində olsun. $\vec{F}$ qüvvə vektoru isə $x oy$ koordinat müstəvisi üzərində olmaqla $\vec{S}$ düzxətli yerdəyişmə vektoru ilə a bucağı əmələ gətirsin (Şəkil 1). $\vec{F}$ qüvvə vektoru ilə $\vec{S}$ düzxətli yerdəyişmə vektorunu əmələ gətirdiyi bucaq a olsun.



Şəkil 1.

Verilmiş bu vektorların $\vec{F} \cdot \vec{S}$ cəbri hasilinə baxaq. Bu cəbri hasili təyin etmək üçün $\vec{F}$ qüvvə vektorlarını aşağıdakı kimi iki ortoqonal $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ toplanana ayıraq. Belə ki, $\vec{F}_1$ toplananı ox koordinat oxu üzərinə düşsün. Yəni, $\vec{S}$ yerdəyişmə vektoru üzərinə düşsün. $\vec{F}_2$ isə $\vec{F}_1$ -ə perpendikulyar olsun. Yəni, $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$ olsun.

Bunun üçün məlum qaydaya əsasən, α bucağı məlum olduğundan, $\vec{F}$ qüvvə vektorunun uc nöqtəsindən $\vec{S}$ vektoruna DB perpendikulyarını endirək. Beləliklə, $\vec{F}$ qüvvə vektorunu $\vec{OD} = \vec{F}_1$ və $\vec{DB} = \vec{F}_2$ kimi iki ortoqonal vektora (toplanana) ayırmış olururuq. Deməli, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ olar. Həmçinin $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$ olur. Bu ayırmanı nəzərə alaraq $\vec{F} \cdot \vec{S}$ hasilini aşağıdakı kimi yazarıq.

$$y = \vec{F} \cdot \vec{S} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \cdot \vec{S} \quad (2.1)$$

Buradan isə yazarıq

$$y = \vec{F} \cdot \vec{S} = \vec{F}_1 \cdot \vec{S} + \vec{F}_2 \cdot \vec{S} \quad (2.2)$$

(2.2)-ni bazis vektorlar vasitəsi ilə aşağıdakı kimi yazarıq.

$$y = \vec{F} \cdot \vec{S} = \vec{F}_1 \cdot \vec{S} + \vec{F}_2 \cdot \vec{S} = F_1 \cdot \vec{i} \cdot S \cdot \vec{i} + F_2 \cdot \vec{j} \cdot S \cdot \vec{i} = \vec{F}_1 \cdot \vec{S} \cdot \vec{i}^2 + \vec{F}_2 \cdot S \cdot \vec{i} \cdot \vec{j} \quad (2.3)$$

Buradan isə yazarıq

$$y = \vec{F}_1 \cdot \vec{S} + \vec{F}_2 \cdot S \cdot \vec{i} \cdot \vec{j} \quad (2.4)$$

(2.4)-dəki $\vec{i} \cdot \vec{j}$ hasilini kompleks kəmiyyət qaydası ilə vuraq. Onda alırıq

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = |\vec{i}| \cdot |\vec{j}| \cdot \cos 90^\circ + |\vec{i}| \cdot |\vec{j}| \cdot \vec{k} \cdot \sin 90^\circ = 0 + \vec{k} = \vec{k} \quad (2.5)$$

Burada $\vec{k}$ vahid vektoru öz koordinat oxu boyunca yönəlir. Deməli, $\vec{i} \perp \vec{k}$ və $\vec{j} \perp \vec{k}$ olur. (2.5)-də $|\vec{i}| \cdot |\vec{j}| = 1$ olduğu qəbul olunur. Eyni qayda ilə $\vec{j} \cdot \vec{k}$ və $\vec{k} \cdot \vec{i}$ hasilərini də təyin edə bilərik. Belə ki, $\vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{i}$ və $\vec{k} \cdot \vec{i} = \vec{j}$ olduğunu alırıq. Eyni qayda ilə $\vec{k} \cdot \vec{k} = 1$, $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$ və $\vec{j} \cdot \vec{j} = 1$ bərabərliklərini də almaq olar. (2.5)-i nəzərə alaraq (2.4)-ü aşağıdakı kimi yazarıq

$$y = \vec{F} \cdot \vec{S} = \vec{F}_1 \cdot S + \vec{F}_2 \cdot S \cdot \vec{k} \quad (2.6)$$

İndi isə, $\vec{F}_1$ və $\vec{F}_2$ -nin ədədi qiymətini təyin edək. Bunun üçün ΔOAB -dən yazarıq (Şəkil 1) $\cos a = \frac{F_1}{F}$. Buradan isə yazarıq

$$F_1 = F \cdot \cos a \quad (2.6')$$

Yenə də ΔOAB -dən yazarıq $\sin a = \frac{F_2}{F}$. Buradan isə yazarıq

$$F_2 = F \cdot \sin a \quad (2.6'')$$

(2.6') və (2.6'') –i (2.6)-da nəzərə alsaq yazarıq

$$y = \vec{F} \cdot \vec{S} = F \cdot S \cdot \cos a + F S \vec{k} \sin a \quad (2.7)$$

Deməli, (1.1)-ə oxşar bərabərlik alırıq. Daha doğrusu kompleks kəmiyyət alırıq.

(2.7)-nin sağ tərəfindəki $F \cdot S \cdot \cos a$ ifadəsi skalyar hasil olub. $\vec{F}$ qüvvəsinin $\vec{S}$ yerdəyişmə vektoru boyunca gördüyü işdir. Bunu A ilə işarə edək $A = F \cdot S \cdot \cos a$ (2.7') Bu hasil ox koordinat oxu üzərində olur. (2.7)-in sağ tərəfindəki ikinci toplanan isə $\vec{F}$ və $\vec{S}$ vektorlarının vektorial hasilı olub, $\vec{F}$ qüvvəsinin yaratdığı vektor momentidir. Moment vektoru isə xoy koordinat müstəvisinə perpendikulyar olur. Bunu isə $\vec{M}_o$ ilə işarə edək. Yəni $\vec{M}_o = F \cdot S \cdot \vec{k} \sin a$ (2.7''). Bu ifadə öz koordinat oxu üzərində yerləşir. (2.7') və (2.7'')-i (7)-də nəzərə alsaq

$$y = \vec{F} \cdot \vec{S} = A + \vec{M}_o \quad (2.8)$$

olar.

Beləliklə alırıq ki, qüvvə vektoru ilə düzxətli yerdəyişmə vektorunun cəbri hasilini kompleks kəmiyyət olub, iş ilə moment vektorunun cəbri cəminə bərabər olur. (8)-i belə də yazmaq olar.

$$y = \vec{F} \cdot \vec{S} = (\vec{F}, \vec{S}) + [\vec{F}, \vec{S}] \quad (2.9)$$

Həndəsi olaraq bu cəmi almaq üçün A ilə $\vec{M}_o$ -nu kompleks ədəd qaydası ilə toplamaq lazımdır (Şəkil 1). Deməli, aldığımız y kompleks kəmiyyəti xoz koordinat müstəvisi üzərində yerləşir. xoz müstəvisini kompleks kəmiyyət müstəvisi, ox koordinat oxunu skalyar ox , oz koordinat oxunu isə

vektori ox adlandıraraq. Onu da qeyd edək ki, kompleks ədəd, ədəd anlayışının genişləndirilmiş forması olduğu kimi, kompleks kəmiyyət də kəmiyyət anlayışının genişləndirilmiş formasıdır.

2.I. Kompleks kəmiyyət vasitəsi ilə Hiberlik funksiyaların ədədi qiymətinin təyin olunması.

I. Giriş. Vektor üstlü $e^{\vec{k}}$ funksiyasının Teylor sırasına ayrılması.

Vektor üstlü $e^{\vec{k}}$ funksiyasını Teylor sırasına ayırmaq üçün e^x üstlü funksiyanın Teylor sırasına ayrılması qaydasından istifadə edək. Məlumdur ki, e^x funksiyasının Teylor sırasına ayrılması aşağıdakı kimidir:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} \dots \quad (1.1) \quad [1]$$

Bu bərabərlikdə $x = 1$ olduqda e ədədinin ədədi qiymətini alırıq. Yəni

$$e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots \approx 2,72 \quad (1.2)$$

indi isə (1.1) düsturundan istifadə edərək $e^{\vec{k}}$ vector üstlü funksiyanın Teylor sırasına ayrılışına baxaq. Burada $\vec{k}$ vahid vektordur. Onda yazırıq.

$$e^{\vec{k}} = 1 + \frac{\vec{k}}{1!} + \frac{\vec{k}^2}{2!} + \frac{\vec{k}^3}{3!} + \frac{\vec{k}^4}{4!} + \frac{\vec{k}^5}{5!} + \frac{\vec{k}^6}{6!} + \dots \quad (1.3)$$

Buradan isə yazırıq

$$e^{\vec{k}} = 1 + \frac{\vec{k}}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{\vec{k}^3}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{\vec{k}^5}{5!} + \frac{1}{6!} + \dots \quad (1.4)$$

Aldığımız bu bərabərliyin sağ tərəfini aşağıdakı kimi qruplaşdıraraq.

$$\begin{aligned} e^{\vec{k}} \left(1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \dots \right) + \vec{k} \left(1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{7!} + \dots \right) = \\ = \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots \right) + \\ + \vec{k} \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots \right) \approx \\ \approx (1 + 0,5 + 0,04 + 0,001 + \dots) + \vec{k} (1 + 0,17 + 0,008 + \dots) \approx \\ \approx 1,54 + \vec{k} \cdot 1,18 \end{aligned}$$

Deməli,

$$e^{\vec{k}} = 1,54 + \vec{k} \cdot 1,18 \quad (1.5)$$

olar. Deməli, $e^{\vec{k}}$ vector üstlü funksiyanın Teylor sırasına ayrılışı kompleks kəmiyyətdir (Skalyar və vektorial kəmiyyətlərin birliyi kimi). Digər tərəfdən də məlumdur ki, e ədədinin təqribi qiyməti aşağıdakı kimidir [1].

$$e \approx 2,71828 \quad (1.6)$$

(1.6)-ni (1.5)-də nəzərə alsaq

$$(2,71)^{\vec{k}} = 1,54 + \vec{k} \cdot 1,18 \quad (1.7)$$

olar. Bu bərabərliyin modulu isə $2,72 \approx 1,54 + 1,18$ olur (Çünki $|\vec{k}| = 1$ olur).

Alınmış nəticə. $e^{\vec{k}}$ funksiyasının Teylor sırasına ayrılmasının düzgünlüyünü göstərir. Belə ki, $2,72 = 2,72$ olur.

II. Hiperbolik funksiyaların ədədi qiymətinin təyin olunma qaydası.

Alınmış (1.5) düsturundan istifadə edərək, hiperbolik funksiyaların ədədi qiymətini təyin edə bilərik. Bunun üçün vektor üstlü $e^{\vec{k}t}$ funksiyasının Teylor sırasına ayrılması üçün aldığımız düsturdan istifadə edək. Yəni kompleks kəmiyyət funksiyasının hiperbolik formasından istifadə edək. Bu düstur aşağıdakı kimidir [4].

$$e^{\vec{k}t} = cht + \vec{k}sht \quad (2.1)$$

Belə ki, burada $\vec{k}$ vahid vektordur. (2.1) düsturunu aşağıdakı kimi yazaq.

$$(e^{\vec{k}})^t = cht + \vec{k}sht \quad (2.2)$$

(2.2)-də (1.5)-i nəzərə alsaq yazırıq.

$$(1,54 + \vec{k} \cdot 1,18)^t = cht + \vec{k}sht \quad (2.3)$$

(2.3)-ü belə də yazmaq olar.

$$e^{\vec{k}t} = (1,54 + \vec{k} \cdot 1,18)^t \quad (2.3')$$

Bu bərabərlikdən istifadə edərək istənilən t arqumentinə uyğun hiperbolik funksiyanın ədədi qiymətini təyin edə bilərik. Bunu üçün nümunələrə baxaq.

Numunə 1. (2.3) aşağıdakı kimi olar.

1). $t = 1$ olduqda

$$(1,54 + \vec{k} \cdot 1,18)^1 = ch1 + \vec{k}sh1$$

Buradan isə yazarıq

$$1,54 + \vec{k} \cdot 1,18 = ch1 + \vec{k}sh1$$

Aldığımız bu bərabərlik iki kompleks kəmiyyətin bərabərliyidir. İki kompleks kəmiyyət isə o vaxt bir-birinə bərabər olar ki, onların skalyar hissələri bir-birinə bərabər olsunlar, vektorial hissələri də bir-birinə bərabər olsunlar. Onda bu şərtə əsasən yazarıq

$$ch1 = 1,54$$

$$sh1 = 1,18 \quad (2.3)''$$

Bu nəticələrin doğruluğunu yoxlayaq. Bunun üçün kosinus hiperbolik və sinus hiperbolik funksiyalar üçün məlum olan aşağıdakı düsturlardan istifadə edək.

$$\begin{aligned} cht &= \frac{e^t + e^{-t}}{2} \\ cht &= \frac{e^t - e^{-t}}{2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Bu düsturlarda $t = 1$ qiymətini yoxlayaq. Bunun üçün $t = 2,71$ qiymətini nəzərə alaq. Onda alarıq

$$ch1 = \frac{e^1 + e^{-1}}{2} = \frac{2,7 + \frac{1}{2,7}}{2} = \frac{7,29}{2} = \frac{7,29}{5,4} \approx 1,54 \quad (2.5)$$

$$sh1 = \frac{e^1 - e^{-1}}{2} = \frac{2,7 - \frac{1}{2,7}}{2} = \frac{6,29}{2} \approx 1,18 \quad (2.6)$$

Deməli, məsələnin həlli düzgündür. Yəni, (2.3)'' bərabərlikləri doğrudur.

Nümunə 2. $t = 2$ olanda $ch2$ və $sh2$ -ni təyin edək. Bunun üçün (2.3) bərabərliyində $t = 2$ yazaq. Onda alarıq

$$(1,54 + \vec{k} \cdot 1,18)^2 = ch2 + \vec{k}sh2$$

Buradan isə yazarıq

$$2,4 + \vec{k} \cdot 2 \cdot 1,54 \cdot 1,18 + 1,4 = ch2 + \vec{k}sh2$$

$$3,8 + 3,6 \vec{k} = ch2 + \vec{k}sh2$$

Yenə də kompleks kəmiyyətlərin bərabərliyi qaydasına əsasən yazarıq

$$ch2 = 3,8 \quad (2.7)$$

$$sh2 = 3,6 \quad (2.8)$$

Həllin düzgünlüyünü yoxlayaq. Bunun üçün $e = 2,71$ olduğunu nəzərə alaraq cht və sht funksiyalarını yoxlayaq. Məlum düsturlara əsasən yazarıq

$$cht = ch2 = \frac{e^2 + e^{-2}}{2} = \frac{(2,7)^2 + \frac{1}{(2,7)^2}}{2} = \frac{7,5}{2} \approx 3,8 \quad (2.9)$$

$$sht = sh2 = \frac{e^2 - e^{-2}}{2} = \frac{(2,7)^2 - \frac{1}{(2,7)^2}}{2} = \frac{7,2}{2} \approx 3,6 \quad (2.10)$$

Alınmış nəticələr həllin düzgünlüyünü göstərir. Deməli (2.7) və (2.8) nəticələri doğrudur.

Bu nəticələrdən istifadə edərək $tht = \frac{sht}{cht}$ və $ctht = \frac{cht}{sht}$ düsturları vasitələri ilə tht və $ctht$ funksiyalarını da təyin edə bilərik. Arqumentin böyük qiymətlərində kompleks kəmiyyətlərin vurulma qaydasından istifadə etmək olar. Yəni t -in böyük qiymətlərində də hiperbolik funksiyaların ədədi qiymətini təyin etmək olar.

$$\text{Yəni } (1,54 + \vec{k} \cdot 1,18)^{n-1} \cdot (1,54 + \vec{k} \cdot 1,18) = chn + \vec{k} \cdot shn$$

Nəticə 1. Nəticə olaraq alırıq ki, bir nöqtəyə tətbiq olunmuş qüvvə vektoru ilə düzxətli yerdəyişmə vektorunun cəbri hasili kompleks kəmiyyət olub, yerdəyişmə istiqamətdə qüvvənin gördüyü iş ilə o qüvvənin yaratdığı moment vektorunun birgəliyindən ibarətdir.

2. Kompleks kəmiyyət anlayışından istifadə edəcək hiperbolik funksiyaların ədəd qiymətini təyin etmiş oluruq.

Ədəbiyyat

1. Мышкис, А.Д. Лекции по высшей математике / А.Д.Мышкис, – М.: Наука, – 1967
2. Бухгольц, Н.Н. Основной курс-теоретической механики / Н.Н.Бухгольц, Часть I. – Москва, – 1969.
3. Mahmudov, E.S., Mahmudova J.E. Vektorların vurulması // Naxçıvan Regional Elm Mərkəzinin əsərləri, – Bakı: Elm, – 2003
4. Mahmudov, E.S., Mahmudova J.E. Kompleks kəmiyyət anlayışı // Naxçıvan Müəllimlər İnstitutu, Elmi-praktik konfrans, – Naxçıvan, – 2005
5. Mahmudov, E.S. Vektorların hasili haqqında // Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi. Azərbaycan Texniki Universitetinin Elmi Əsərləri. Fundamental elmlər, № 1. – Bakı, – 2013
6. Mahmudov, E.S. Vektor üstlü $e^{\vec{kt}}$ funksiyasının Teylor sırasına ayrılması. // Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi. Naxçıvan Müəllimlər İnstitutu, Elmi-praktik konfrans. – Naxçıvan, – 2006

*Məqalə pedaqogika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Azad Novruzov
tərəfindən təqdim olunmuşdur.*

İlkin daxilolma – 14.04.2025, son daxilolma – 08.05.2025, qəbulolunma – 10.09.2025